EINI
LogWing/WiMa/MP

Einführung in die Informatik für Naturwissenschaftler und Ingenieure

Vorlesung 2 SWS WS 23/24

Dr. Lars Hildebrand
Fakultät für Informatik – Technische Universität Dortmund
lars.hildebrand@tu-dortmund.de
http://ls14-www.cs.tu-dortmund.de

Thema

- **Kapitel 5**
  Algorithmen und Datenstrukturen
  - Konstruktion von Datentypen: Arrays
  - Algorithmen: Sortieren

- **Unterlagen**
  - Dißmann, Stefan und Ernst-Erich Doberkat*: Einführung in die objektorientierte Programmierung mit Java*, 2. Auflage. München [u.a.]: Oldenbourg, 2002, Kapitel 3.4 & 4.1. (→ ZB oder Volltext aus Uninetz)
  - Echtle, Klaus und Michael Goedicke: *Lehrbuch der Programmierung mit Java*. Heidelberg: dpunkt-Verl, 2000, Kapitel 4. (→ ZB)
  - Gumm, Heinz-Peter und Manfred Sommer: *Einführung in die Informatik*, 10. Auflage. München: De Gruyter, 2012, Kapitel 2.7 – 2.8. (→ Volltext aus Uninetz)

In diesem Kapitel:
- **Prolog**
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

Übersicht

Begriffe

- ✓ Spezifikationen, Algorithmen, formale Sprachen
- ✓ Programmiersprachenkonzepte
- ✓ Grundlagen der imperativen Programmierung

- ➢ Algorithmen und Datenstrukturen
  - ➢ Felder
  - ➢ Sortieren
  - ➢ Rekursive Datenstrukturen (Baum, binärer Baum, Heap)
  - ► Heapsort

- ► Objektorientierung
  - ► Einführung
  - ► Vererbung
  - ► Anwendung

In diesem Kapitel:
- **Prolog**
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

Gliederung

- **Array:**
  - Datenstruktur zur Abbildung gleichartiger Daten
  - Deklaration
  - Dimensionierung und Zuordnung von Speicher zur Laufzeit
  - Zuweisung: ganzes Array, Werte einzelner Elemente

- **Algorithmen auf Arrays**: Beispiel Sortieren
  - **naives Verfahren**: Minimum bestimmen, entfernen, Restmenge sortieren
  - **Heapsort**: ähnlich, nur mit Binärbaum über Indexstruktur
  - **Quicksort**: divide & conquer, zerlegen in zwei Teilmengen anhand eines Pivotelementes

In diesem Kapitel:
- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

Arrays I

Motivation:

Schleifen erlauben die Verarbeitung mehrerer Daten auf „einen Schlag“.

- Entsprechend auf der Variablenseite ist die Zusammenfassung mehrerer Variablen gleichen Typs: **Arrays** oder **Felder**.

- Beispiele:
  - Zeichenketten/Strings: Arrays aus Character/Zeichen
  - Vektoren, Matrizen: Arrays aus Integer/Float-Variablen
  - Abbildung eines Lagerbestandes durch Angabe der Menge für einen Artikel und einen Lagerort bei n unterschiedlichen Artikeln und m Orten:
    - Bestand [1] [5]: der Bestand des Artikels 1 am Ort 5
    - In Java: Bestand [i] [j]: Artikel mit Nummer i und Ort j

In diesem Kapitel:
- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

Arrays II

- **Fragen:**
  - Wie werden Arrays deklariert?
  - Wie werden Daten in Arrays abgelegt, verändert und ausgegeben?
  - Wie wird die Größe eines Arrays festgelegt?
  - Warum müssen wir die Größe überhaupt festlegen?

In diesem Kapitel:
- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

Arrays III

- **Arrays sind Variablen**,
  - sie müssen daher auch deklariert werden, bevor sie benutzt werden.
  - die viele Variablen enthalten, die vom gleichen Typ sind.
- Die Anzahl der Dimensionen entspricht der Anzahl der Indexausdrücke.

- Deklarationen:

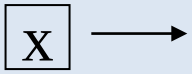
```
int[] x;          // ein-dimensional int
double[][] y;     // zwei-dimensional double
```

  - Sie legen allerdings (anders als bei **int z;**) noch keinen Speicherplatz fest.

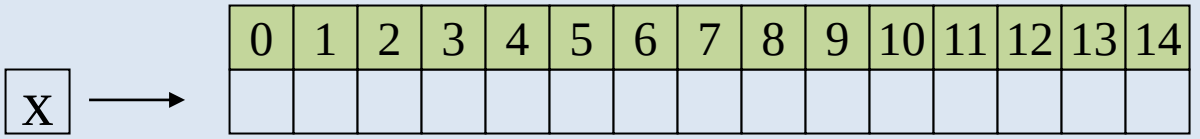
Arrays IV

Die Deklarationen einer Array-Variablen legt nur einen Verweis auf ein Array fest, die Dimensionierung muss extra erfolgen!

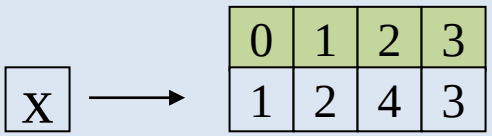

```
int[] x;
```




```
x = new int [15];
```




```
int[] x = {1,2,4,3};
```



In diesem Kapitel:
- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

Arrays V

Die Deklarationen einer Array-Variablen legt nur einen Verweis auf ein Array fest, die Dimensionierung muss extra erfolgen!

- Dimensionierung mittels **new** (Schlüsselwort)
- `[anzahl]` gibt die Anzahl der Elemente an.
- Ist kein Inhalt angegeben, wird jedes Element mit 0 initialisiert.
- ❖ Beachte: Indizes **immer** 0 … Anzahl -1

In diesem Kapitel:
- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

Zuweisungen

- Bei der Deklaration einer Array-Variablen werden die Standardwerte zugewiesen:
  - z.B.: int alles 0 ...

- Andere Variante:
  - Belegung mit direkt angegebenen Konstanten

```
int [] m =
{31,28,31,30,31,30,31,31,30,31,30,31};
```

  - Größe und Belegung sind direkt festgelegt:
    → keine Erzeugung mittels **new** notwendig

In diesem Kapitel:
- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

Zuweisung an Array-Variable

Array-Größe ist nach Ausführung des new-Operators fest!

- Veränderung der Größe nur durch Programm möglich:

```
int [] a,b;
a = new int [10];
 ....          // Zuweisung an die Elemente 0 ..9

b = new int [20];

for (int i=0; i < 10; i++) b[i] = a[i];

a = b;   // nun verweisen a und b auf das
         // gleiche Array!
```

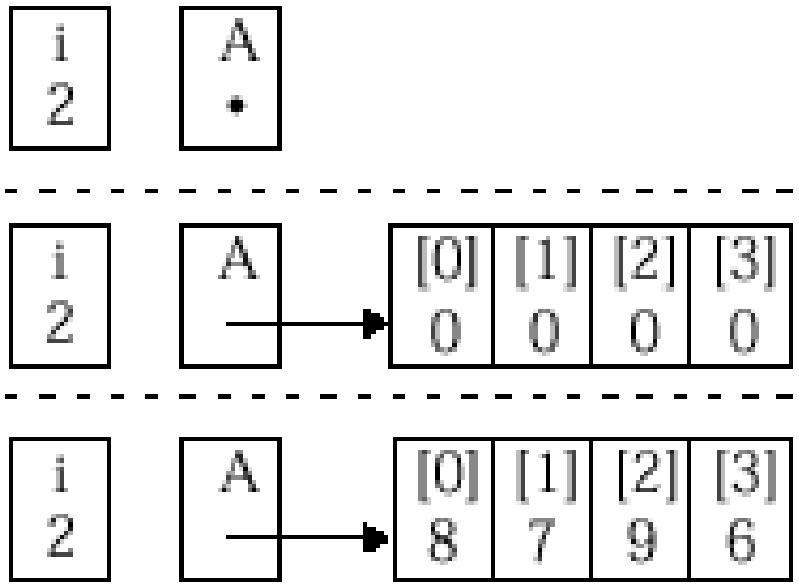

In diesem Kapitel:
- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

Zuweisung an Array-Variablen: Beispiel 1

```
int i = 2;
int [] A;

A = new int [4];

A [0] = 8;   A [1] = 7;
A [i] = 9;   A [3] = 6;
```



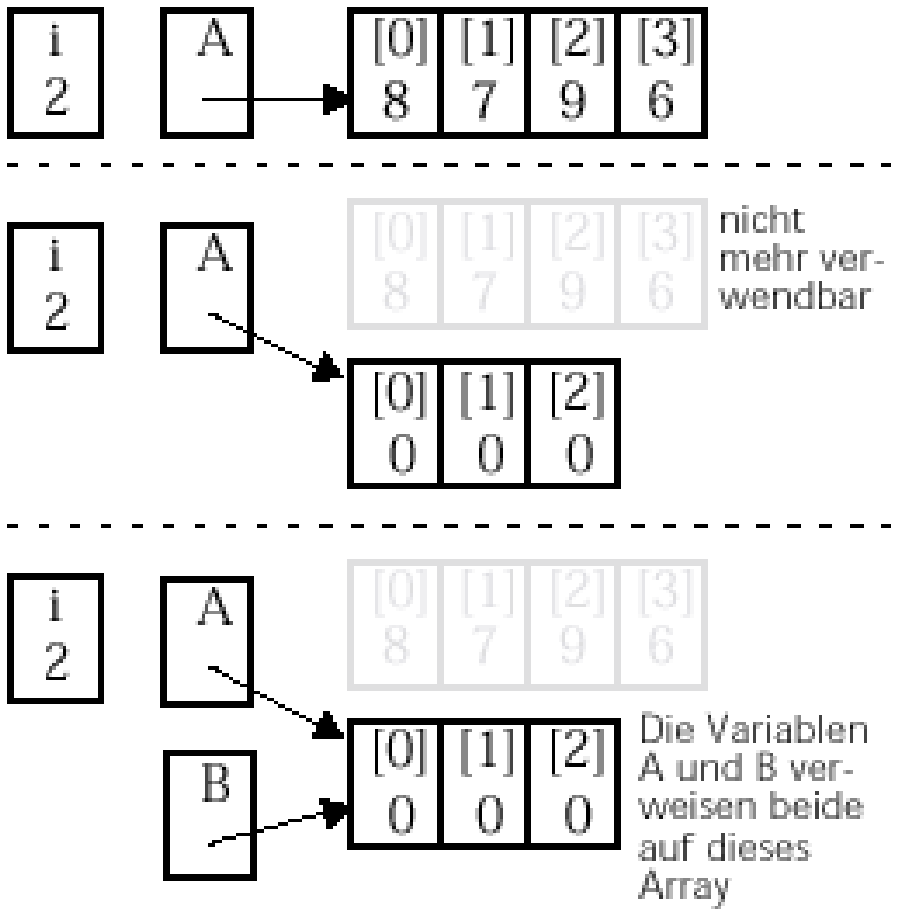
Echtle/Goedicke, Heidelberg: *Abb. 2–19* (Ausschnitt), S. 73 © dpunkt 2000.

Zuweisung an Array-Variablen: Beispiel 2

```
...
A [0] = 8;   A [1] = 7;
A [i] = 9;   A [3] = 6;

A = new int [3];

int [] B;
B = A;
```



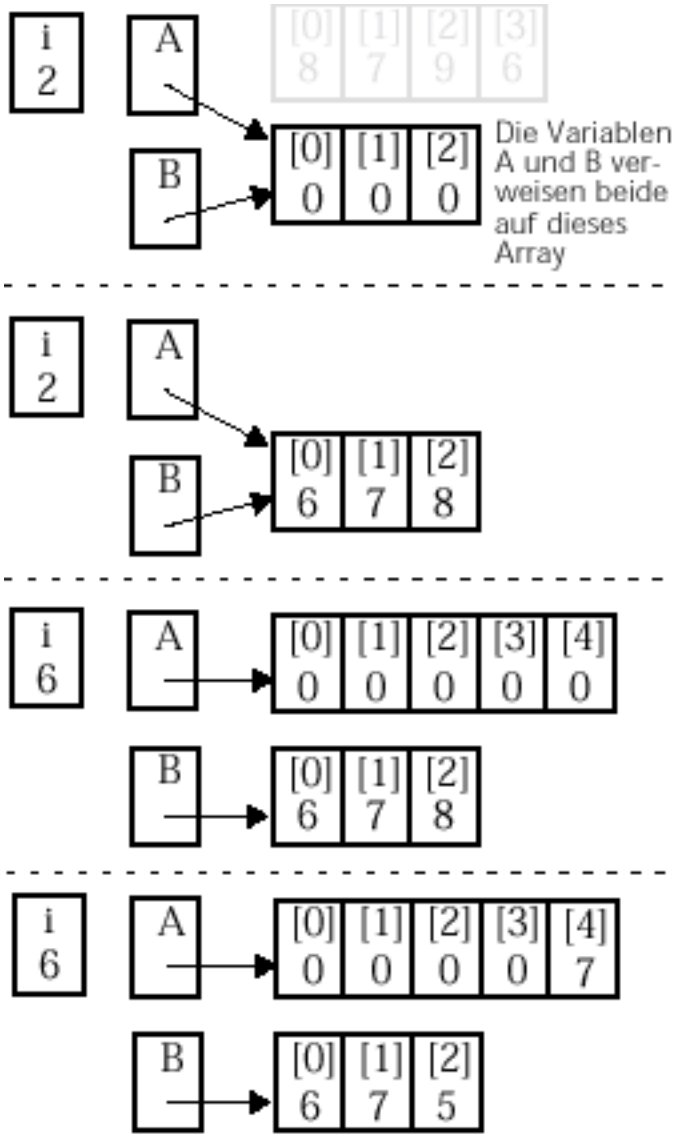
Echtle/Goedicke, Heidelberg: *Abb. 2–19* (Ausschnitt), S. 73 © dpunkt 2000.

Zuweisung an Array-Variablen: Beispiel 3

```
....
B = A;
A [0] = 6;
B [1] = 7;
B [2] = B [0] + 2;

i = B [0];
A = new int [5];

A [i - 2] = B [1];
B [i - 4] = A.length;
```



Echtle/Goedicke, Heidelberg: *Abb. 2–19* (Ausschnitt), S. 73 © dpunkt 2000.

Dynamische Größe von Arrays

Falls die Größe eines Arrays zum Zeitpunkt der Erstellung nicht bekannt ist:

- Die Größe könnte z.B. auch eingelesen werden.
- In Java kann durch **`x.length`** die Anzahl der Elemente dynamisch bestimmt werden:

```
int anzahl = scanner.nextInt();
int anfangswert = 0;

int[] vektor = new int[anzahl];

for (int i = 0; i < vektor.length; i++) {

   vektor[i] = anfangswert ;

}
```

- Beachte: Index läuft 0 … vektor.length -1.

In diesem Kapitel:
- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

Berücksichtigung von Typen

Strenges Typsystem:

- Für einzelne Elemente eines Arrays, die selbst keine Arrays sind, ist dies klar:

```
int[] a = new int[3];
a[1] = 3;
```

- Für Arrays gilt bei Zuweisungen:
  - Typ der Grundelemente und die Anzahl der Dimensionen müssen übereinstimmen:

```
int[] a;
...
a = b; // klappt nur, wenn b ebenfalls
       // 1-dimensionales int Array ist
```

In diesem Kapitel:

- Prolog
- **Arrays**
  - Zuweisung
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

Arrays

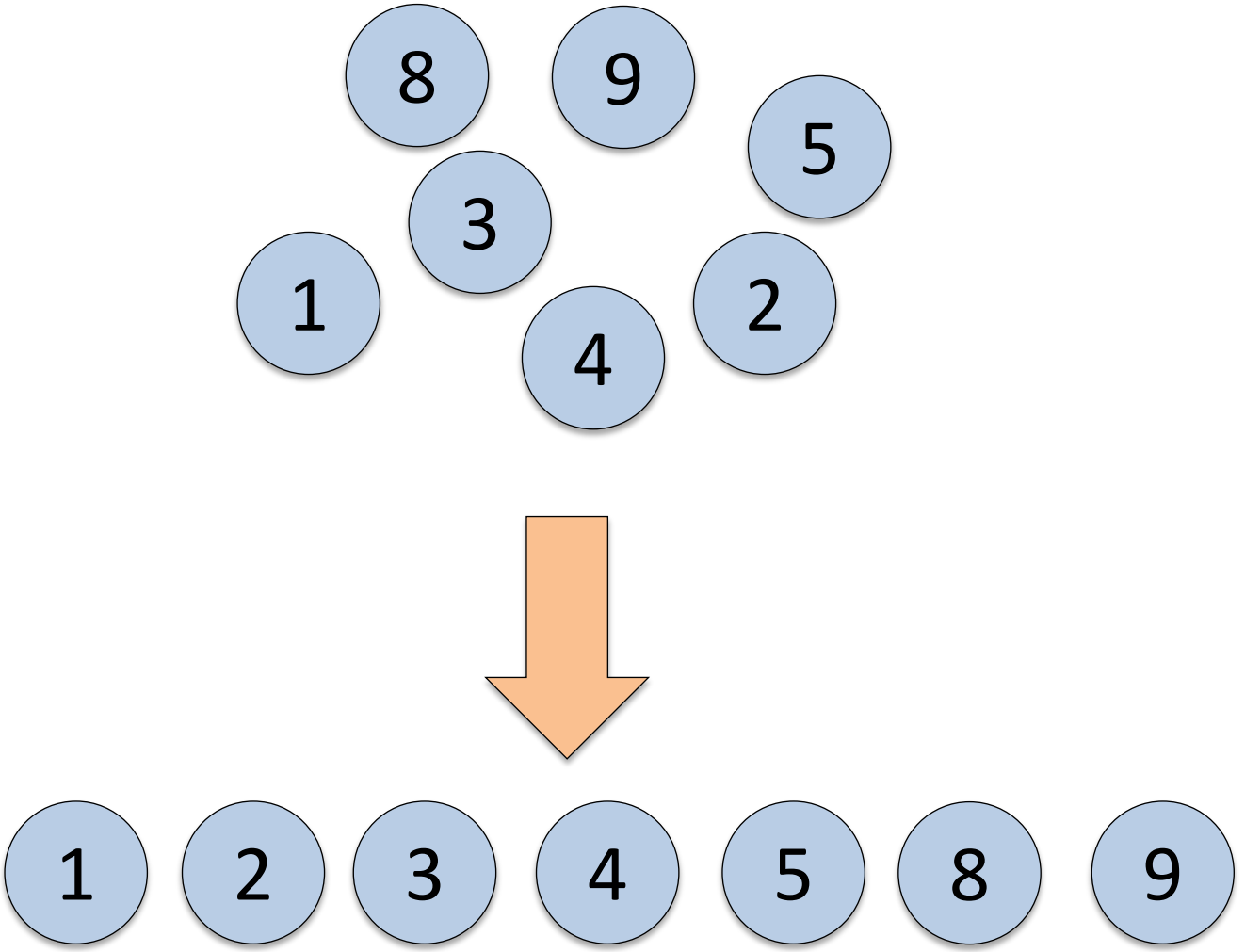
Artikel im EINI-Wiki:

- → **Array**
- → **Zeichenkette**

In diesem Kapitel:
- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

Arrays: Internes Sortieren I

- Sortieren ist ein Standardproblem in der Informatik.



In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

Arrays: Internes Sortieren II

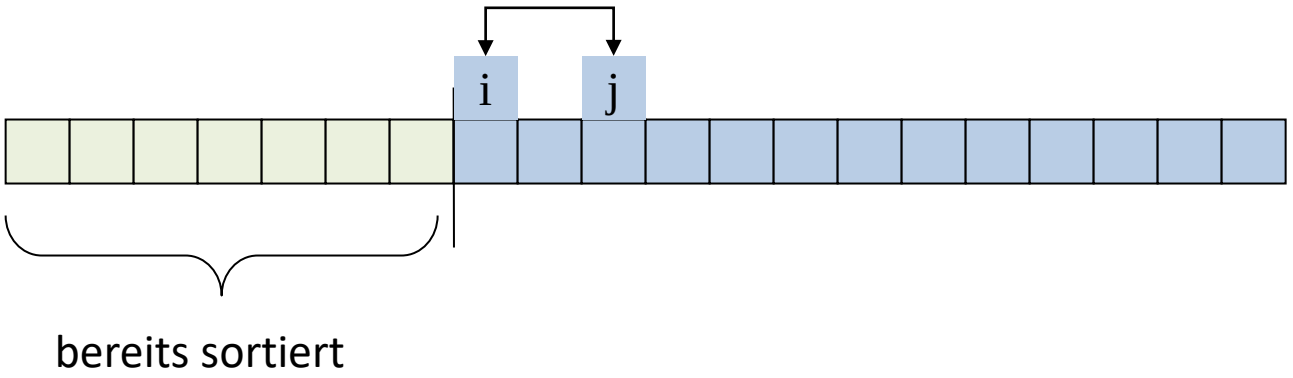
- Internes Sortieren bringt die Elemente einer Folge in die richtige Ordnung.
- Viele Alternativen bzgl. Sortieren sind entwickelt worden.
- Das einfache interne Sortieren (wie hier vorgestellt) hat zwar **geringen** Speicherplatzbedarf, aber eine **hohe** Laufzeit.
- Verfahren:
  - Vertausche Elemente der Folge solange, bis sie in der richtigen Reihenfolge sind.
- Hier wird als Speicherungsstruktur ein Array benutzt.

In diesem Kapitel:
- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

Sortierung

Die Idee:

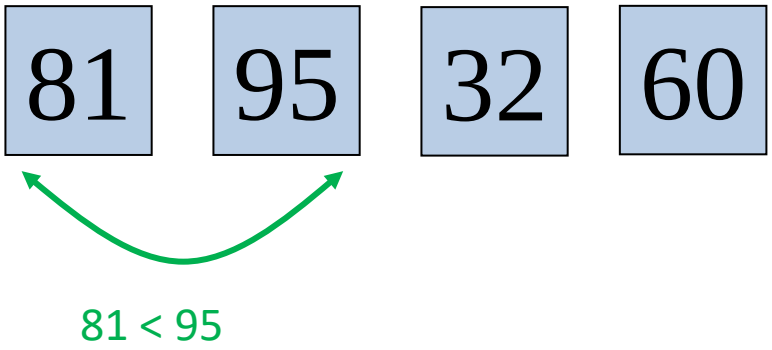
- Ausgangspunkt: Alles vor der Stelle i ist bereits sortiert.
- Man vergleicht das Element an der Stelle i mit allen weiteren Elementen (im Beispiel: j).
- Falls das Element an der Stelle i größer ist als an der Stelle j: Vertausche die Elemente an den Stellen i und j.



In diesem Kapitel:
- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

Sortierung: Beispiel I

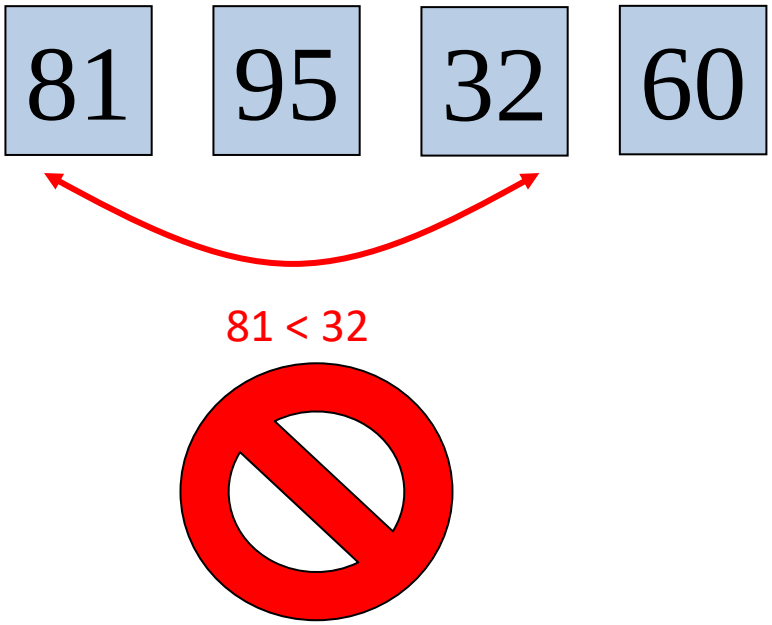
Ausgangspunkt:



bereits sortiert

In diesem Kapitel:
- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

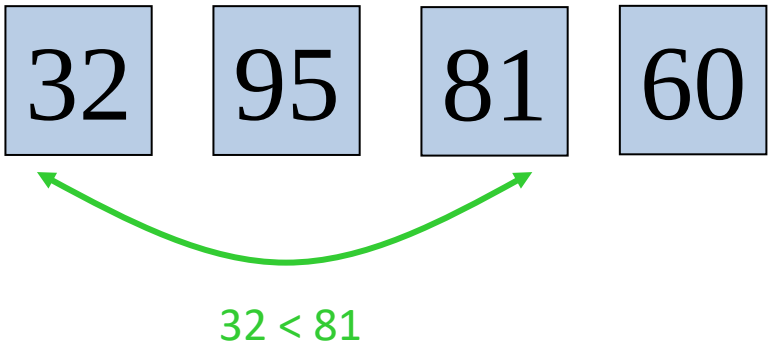
Sortierung: Beispiel II



In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

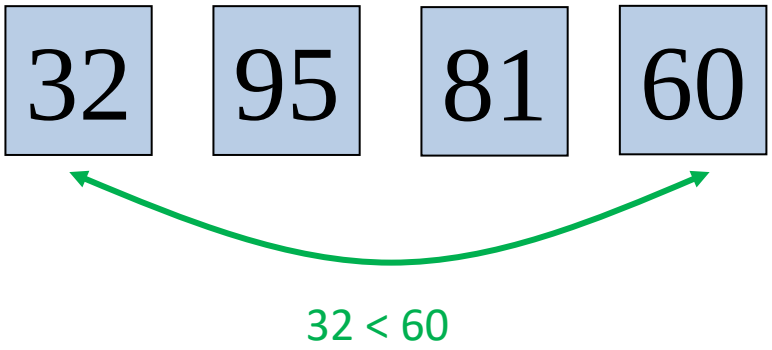
Sortierung: Beispiel III



In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

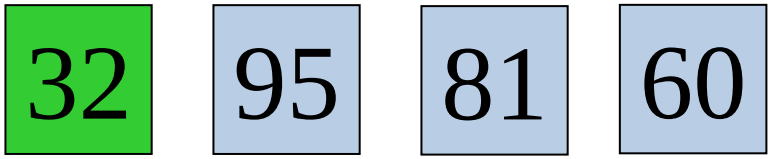
Sortierung: Beispiel IV



In diesem Kapitel:

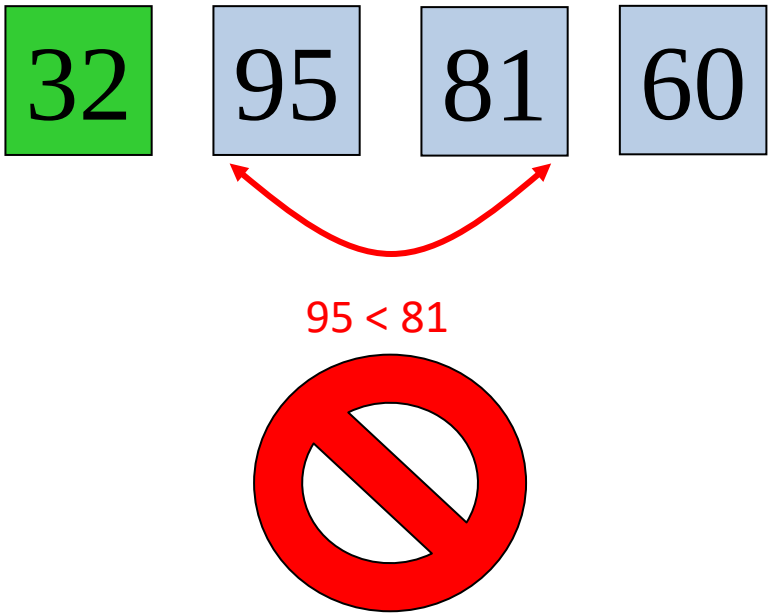
- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

Sortierung: Beispiel V



In diesem Kapitel:
- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

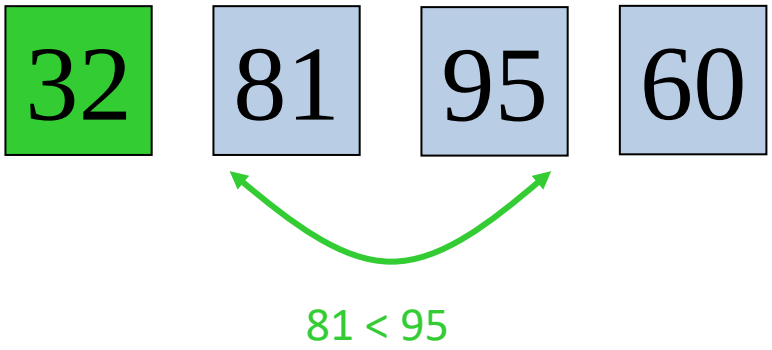
Sortierung: Beispiel VI



In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

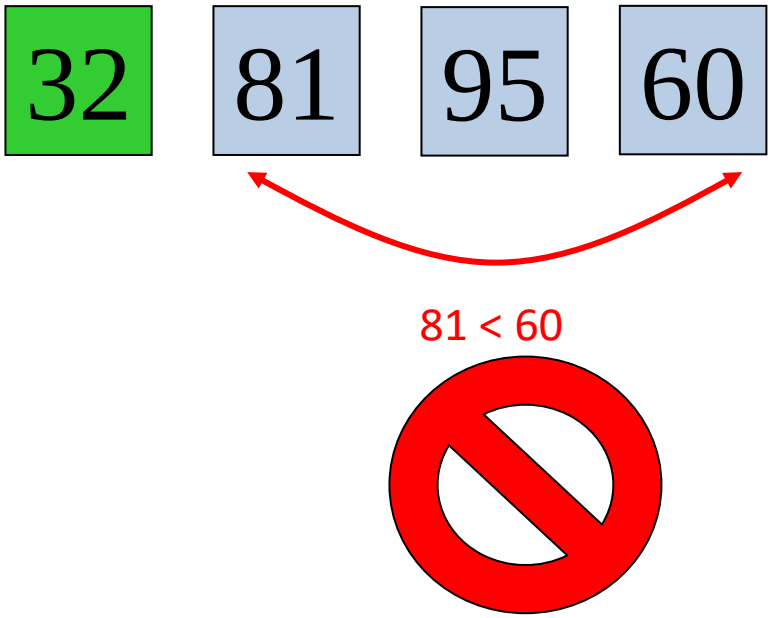
Sortierung: Beispiel VII



In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

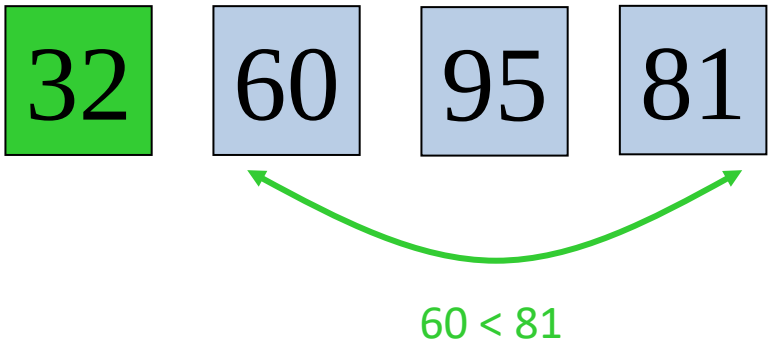
Sortierung: Beispiel VIII



In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

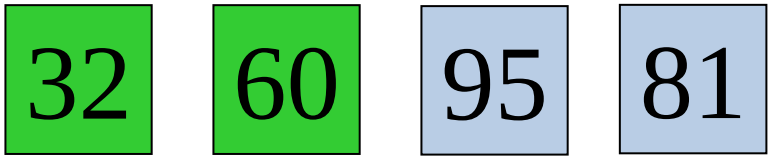
Sortierung: Beispiel IX



In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

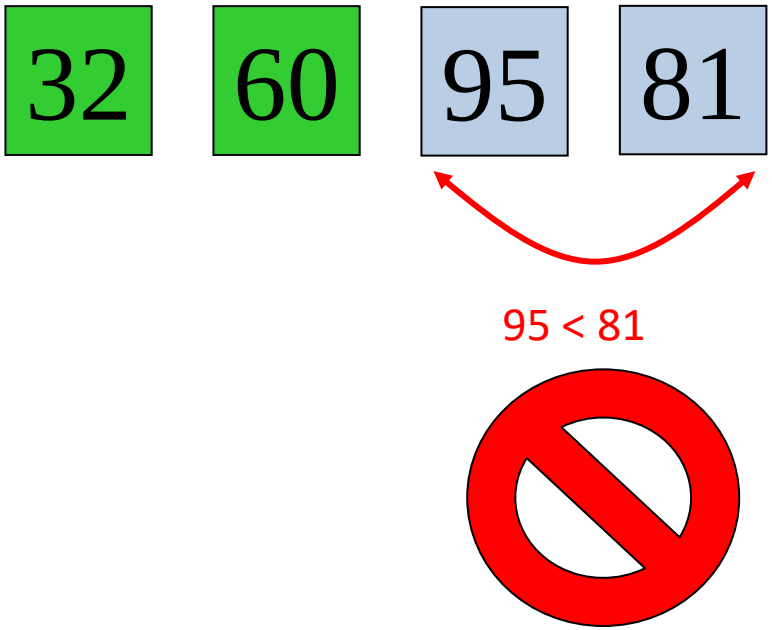
Sortierung: Beispiel X



In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

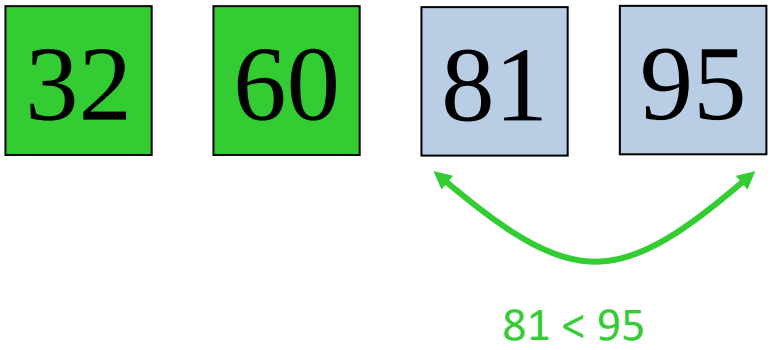
Sortierung: Beispiel XI



In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

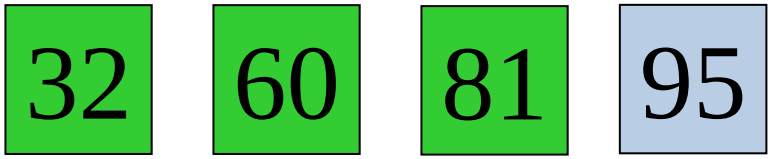
Sortierung: Beispiel XII



In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

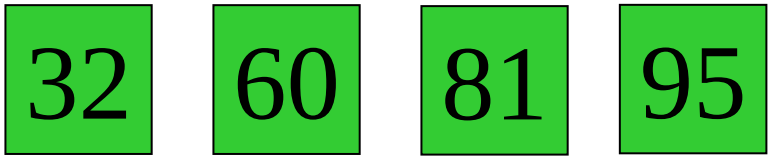
Sortierung: Beispiel XIII



In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

Sortierung: Beispiel XIV



In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

Einlesen der Werte

```
int n = scanner.nextInt();
int[] a = new int[n];

// Lies Elemente ein

for (int i = 0; i < n; i++) {
     a[i] = scanner.nextInt();

}
```


In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive Datenstrukturen

Eigentliche Sortierung ...

Diese Schritte müssen für alle Elemente im Array erledigt werden:

```
for (int i = 0; i < n - 1; i++) {

    // Prüfe, ob a[i] Nachfolger hat,
    // die kleiner als a[i] sind:
    for (int j = i + 1; j < n; j++) {

        if (a [i] > a [j]) { // Ist ein Nachfolger kleiner?

            // Vertausche a[i] mit a[j]:
            // Ringtausch mit Hilfsvariable z
            int z = a [i];
            a [i] = a [j];
            a [j] = z;
        }
    }
}
```

Ausgabe

Zum Schluss wird noch alles ausgegeben:

```
// Gib sortierte Elemente aus

System.out.println ("Sortierte Elemente:");
for (int i = 0; i < n; i++) {
    System.out.print (a [i] + ", ");
}
```


In diesem Kapitel:
- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

Der Ablauf noch einmal tabellarisch:

i	j	a[0]	a[1]	a[2]	a[3]
0	1	81	95	32	60
0	2	81	95	32	60
		32	95	81	60
0	3	32	95	81	60
1	2	32	95	81	60
		32	81	95	60
1	3	32	81	95	60
		32	60	95	81
2	3	32	60	95	81
		32	**60**	**81**	**95**

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive Datenstrukturen

Gesamtes Programm

```
01 import java.util.Scanner;
02
03 public class A533 {
05     public static void main(String[] args) {
06         Scanner scanner = new Scanner(System.in);
07
08         int n = scanner.nextInt();
09         int[] a = new int[n];
10
11         for (int i = 0; i < n; i++) {
12             a[i] = scanner.nextInt();
13         }
14
15         for (int i = 0; i < n - 1; i++) {
16             for (int j = i + 1; j < n; j++) {
17                 if (a [i] > a [j]) {
18                     int z = a [i];
19                     a [i] = a [j];
20                     a [j] = z;
21                 }
22             }
23         }
24
25         System.out.println ("Sortierte Elemente:");
26         for (int i = 0; i < n; i++) {
27             System.out.print (a [i] + ", ");
28         }
29     }
30 }
```

Alternativen?

- Könnte man die Algorithmusidee auch anders formulieren?
  - Finde Minimum x der aktuellen Menge.
  - Positioniere x an den Anfang.
  - Sortiere Restmenge nach Entfernen von x.
- Rekursive Formulierung ?
- Weitere Fragen:
  - Terminierung?
  - Korrektheit?
  - Aufwand, Effizienz?

In diesem Kapitel:
- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive Datenstrukturen

Bemerkungen zum Aufwand I

Der Aufwand wird nach **Anzahl der Ausführungen von Elementaroperationen** betrachtet.

- Im Wesentlichen sind das beim Sortieren Vergleiche und Zuweisungen.
- Meist begnügt man sich mit einer vergröbernden Abschätzung, der sogenannten O-Notation.
- Diese Abschätzung wird in der Regel nach der Größe des Problems bestimmt, hier die Anzahl der zu sortierenden Elemente.

In diesem Kapitel:
- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

Bemerkungen zum Aufwand II

- Obiges Sortierverfahren:
  - **zwei** geschachtelte `for`-Schleifen,
  - die beide über das gesamte (Rest)Array der Größe n laufen.
  - Daher ist der Aufwand in der Größenordnung von n^2.

In diesem Kapitel:
- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

Bemerkungen zum Aufwand III

- Es stellt sich die folgende Frage:
  - Ist es möglich, schnellere Algorithmen zu entwerfen, indem man die **Ermittlung des Maximums** beschleunigt?

- Antwort:
  - **nein**!
  - Jeder Algorithmus, der mit Vergleichen zwischen Werten arbeitet, benötigt mindestens n − 1 Vergleiche um das Maximum von n Werten zu finden.

- Beschleunigung also nicht beim Auffinden des Maximums möglich …

In diesem Kapitel:
- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

Sortieren: Standardproblem der Informatik I

- Einfach zu verstehende Aufgabenstellung
- Tritt regelmäßig auf.
- Grundproblem: **internes Sortieren**
  - Zu sortierende Menge liegt unsortiert im Speicher vor. Abhängig von der Datenstruktur zur Mengendarstellung kann (im Prinzip) auf jedes Element zugegriffen werden.
  - Es existieren viele Algorithmen, die nach Algorithmusidee, nach Speicherplatz und Laufzeit (Berechnungsaufwand) unterschieden werden.
    - Wir brauchen noch ein formales Gerüst, um Speicherplatz und Berechnungsaufwand zu charakterisieren!

In diesem Kapitel:
- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

Sortieren: Standardproblem der Informatik II

- Varianten:
  - **Externes Sortieren**: Daten liegen auf externem Speichermedium mit (sequentiellem) Zugriff.
  - **Einfügen** in sortierte Menge
  - **Verschmelzen** von sortierten Mengen
  - ...
- Im Folgenden: Effiziente Alternative zum letzten (naiven) Algorithmus: **Heapsort**
- Verwendung rekursiver Datenstrukturen für rekursive Algorithmen

In diesem Kapitel:
- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

Sortieren

Artikel im EINI-Wiki:

→ **Sortieren**

In diesem Kapitel:
- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

Rekursive Datenstrukturen

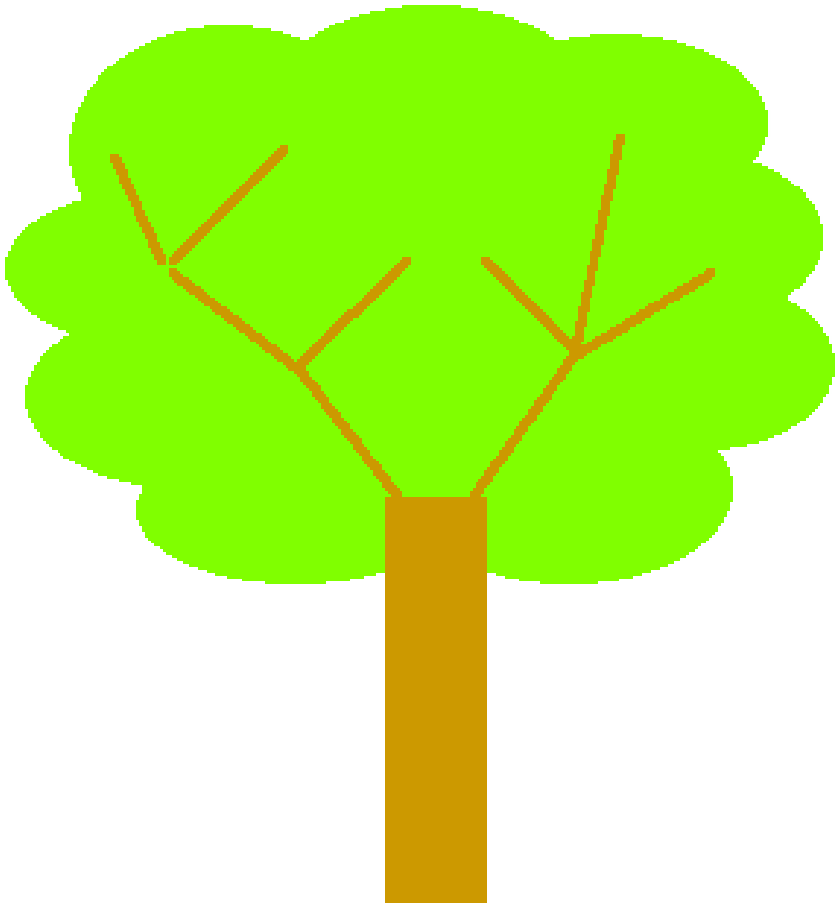
Rekursion ist nicht nur ein wichtiges Hilfsmittel für die Formulierung von Algorithmen, sondern auch für die Formulierung von **Datenstrukturen**.

- Beispiele
  - Eine **Liste** ist ein Einzelelement, gefolgt von einer Liste, oder der leeren Liste.
  - Eine **Menge** ist leer oder eine 1-elementige Menge vereinigt mit einer Menge.
  - Oder **Bäume** (dazu im folgenden mehr)

In diesem Kapitel:
- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- **Rekursive Datenstrukturen**

Idee vom Baum I

Künstlerisch

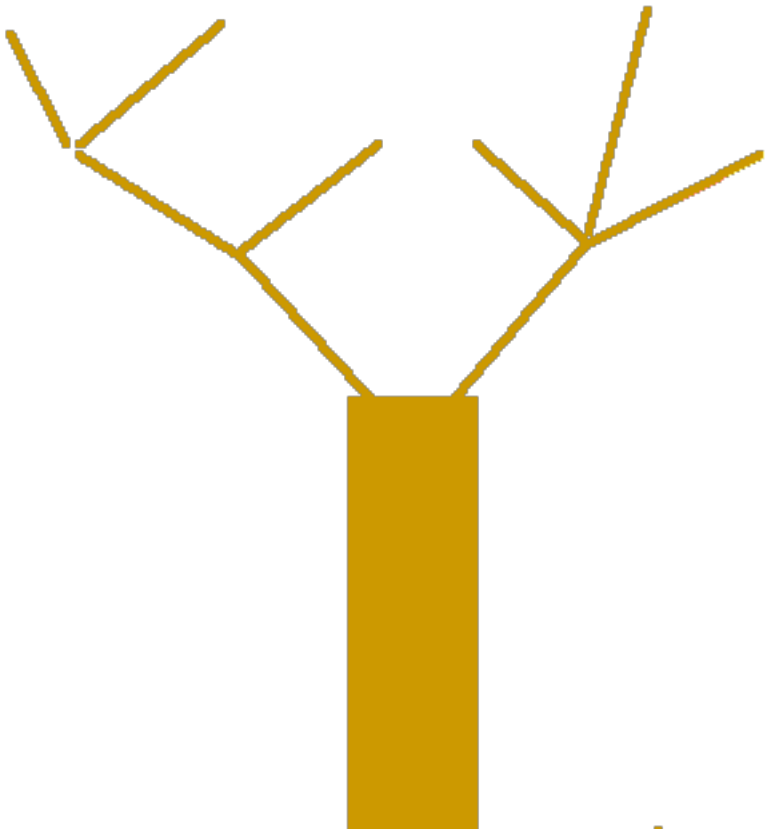


In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- **Rekursive Datenstrukturen**

Idee vom Baum II

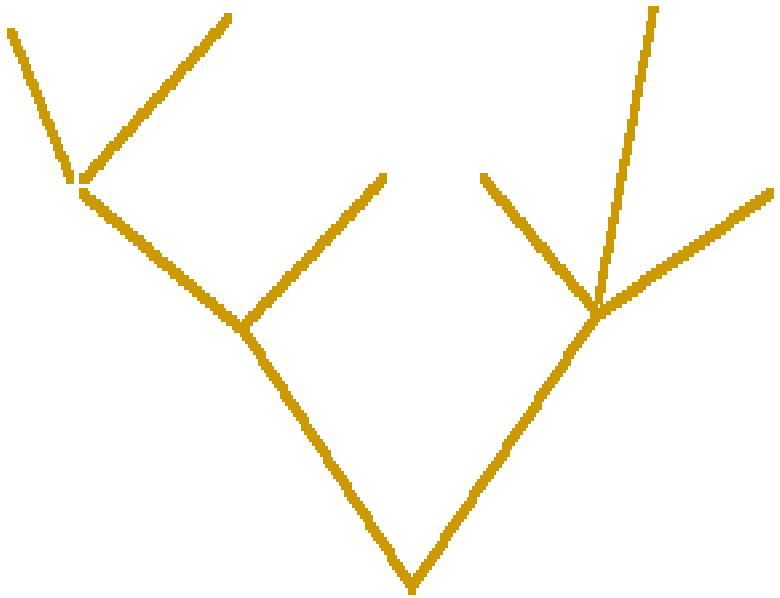
Abstrahiert 1



In diesem Kapitel:
- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- **Rekursive Datenstrukturen**

Idee vom Baum III

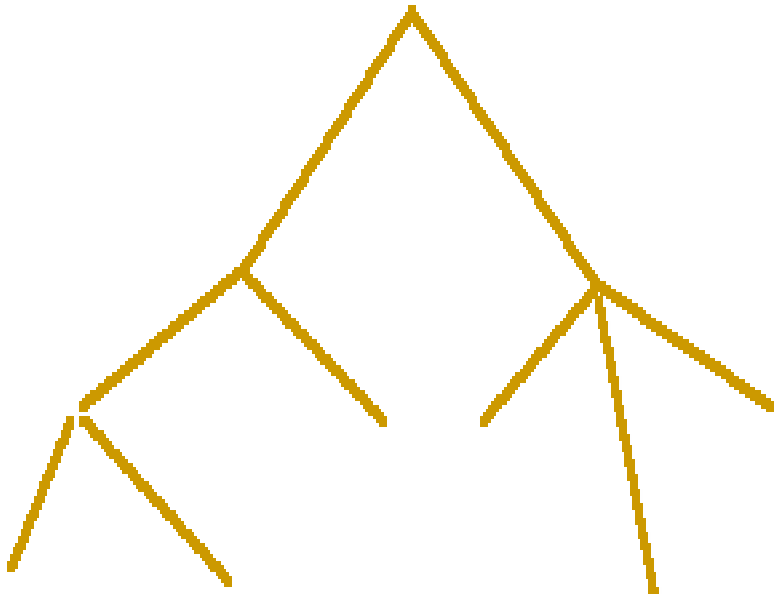
Abstrahiert 2



In diesem Kapitel:
- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- **Rekursive Datenstrukturen**

Idee vom Baum IV

Die Informatiksicht



In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- **Rekursive Datenstrukturen**

Binärer Baum I

Definition: Binärer Baum

1. Der "leere" Baum $\varnothing$ ist ein binärer Baum mit der Knotenmenge $\varnothing$.

2. Seien B_i binäre Bäume mit den Knotenmengen K_i , $i = 1,2$. Dann ist auch $B = (w, B_1, B_2)$ ein binärer Baum mit der Knotenmenge

$$K = \{w\} \cup^* K_1 \cup^* K_2.$$

($\cup^*$ bezeichnet disjunkte Vereinigung.)

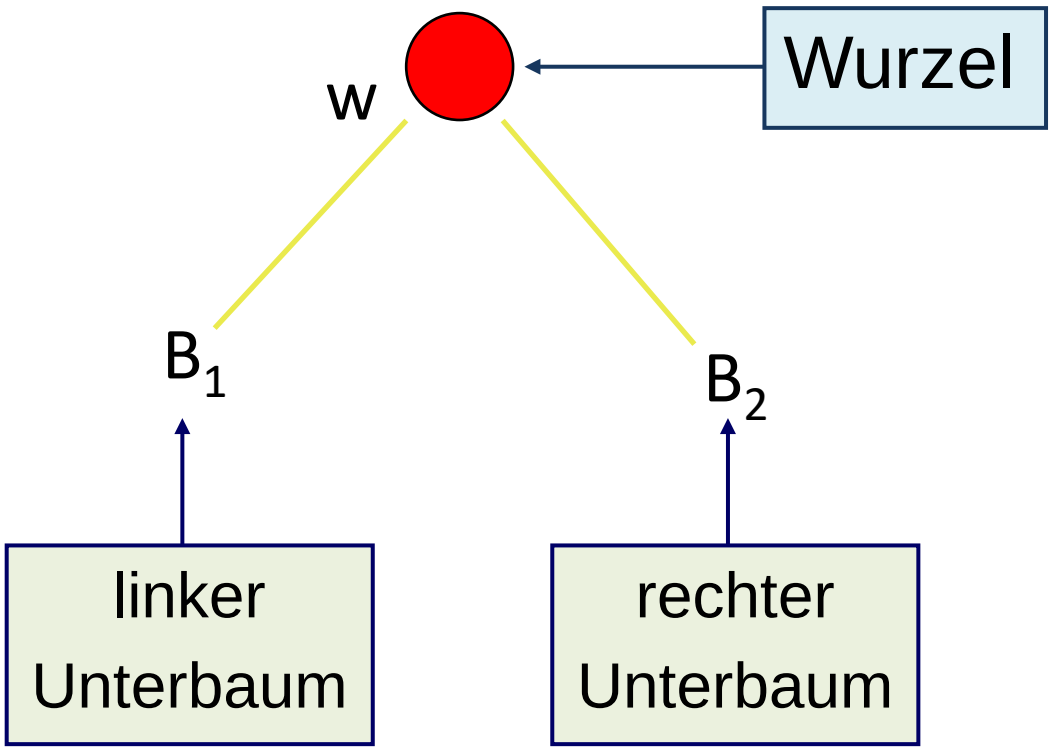
3. Jeder binäre Baum B lässt sich durch endlich häufige Anwendung von 1.) oder 2.) erhalten.

Binärer Baum II

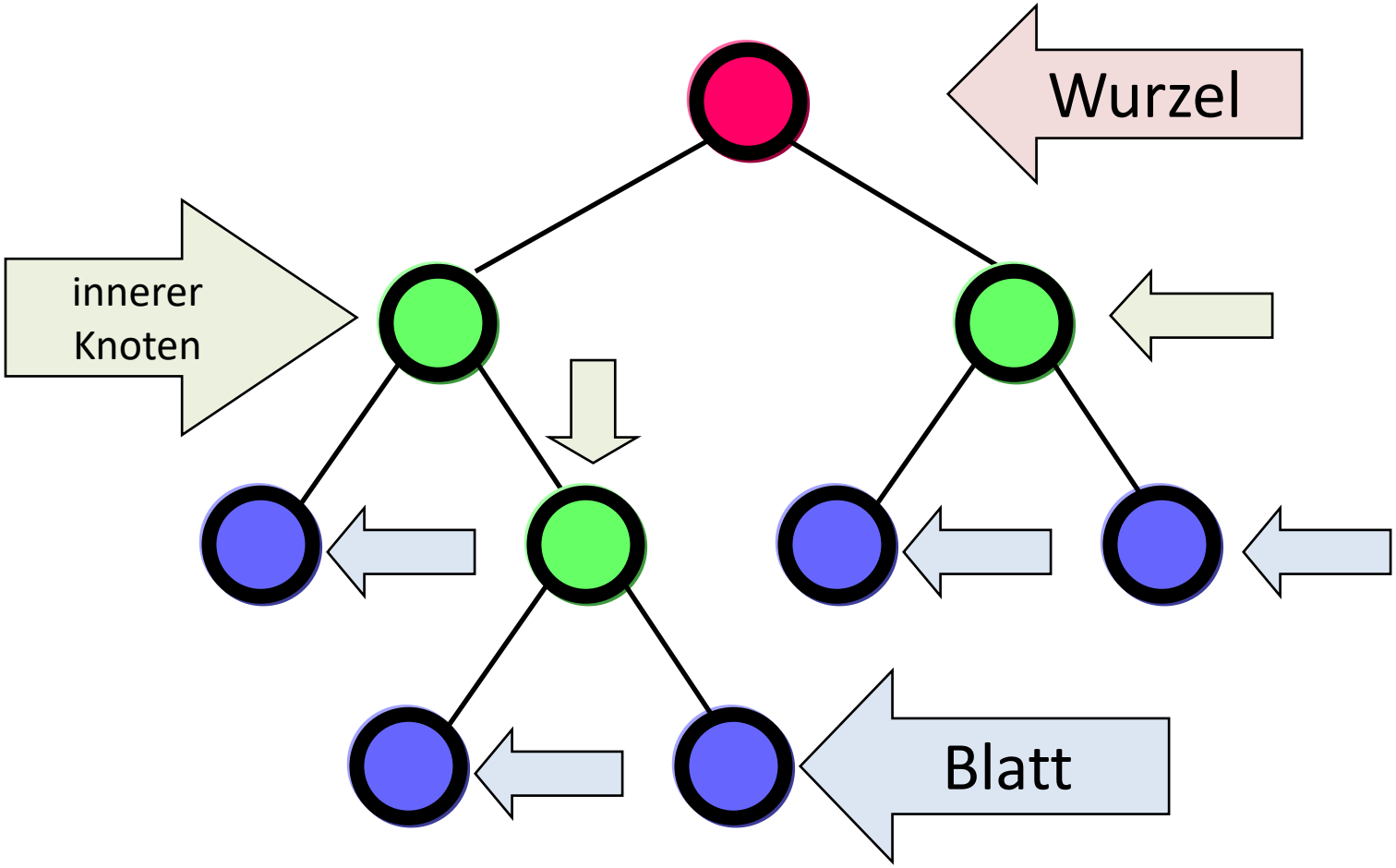
Sprech- und Darstellungsweisen (siehe Punkt 2):

Sei $B = (w, B_1, B_2)$ binärer Baum:

w heißt **Wurzel**, B_1 linker und B_2 rechter **Unterbaum**.



Terminologie *Binäre Bäume*



In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- **Rekursive Datenstrukturen**

Knotenmarkierter binärer Baum

- **Definition**: Sei M eine Menge.

  (B, *km*) ist ein **knotenmarkierter** binärer **Baum**

  (mit Markierungen aus M)

  :⇔

  1. B ist binärer Baum (mit Knotenmenge K = K(B)).
  2. *km*: K --> M Abbildung.

     (Markierung/Beschriftung der Knoten k ∈ K mit Elementen m ∈ M)

Jedem Knoten wird ein Element aus der Menge M zugeordnet.

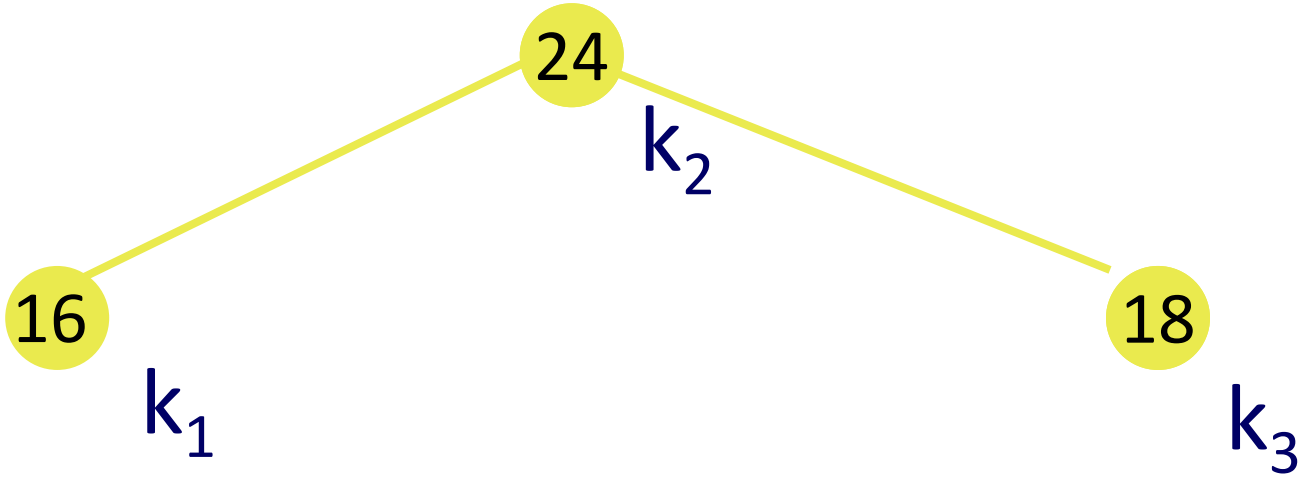
Alternative: Markierung von Kanten.

In diesem Kapitel:
- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- **Rekursive Datenstrukturen**

Knotenmarkierter binärer Baum

Beispiel

- M := $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Z}$:= Menge der ganzen Zahlen
- Damit existiert auf M eine Ordnung!
- "Übliche" Darstellung der Knotenbeschriftung *km* durch "Anschreiben" der Beschriftung an/in die Knoten.



Definition: Heap

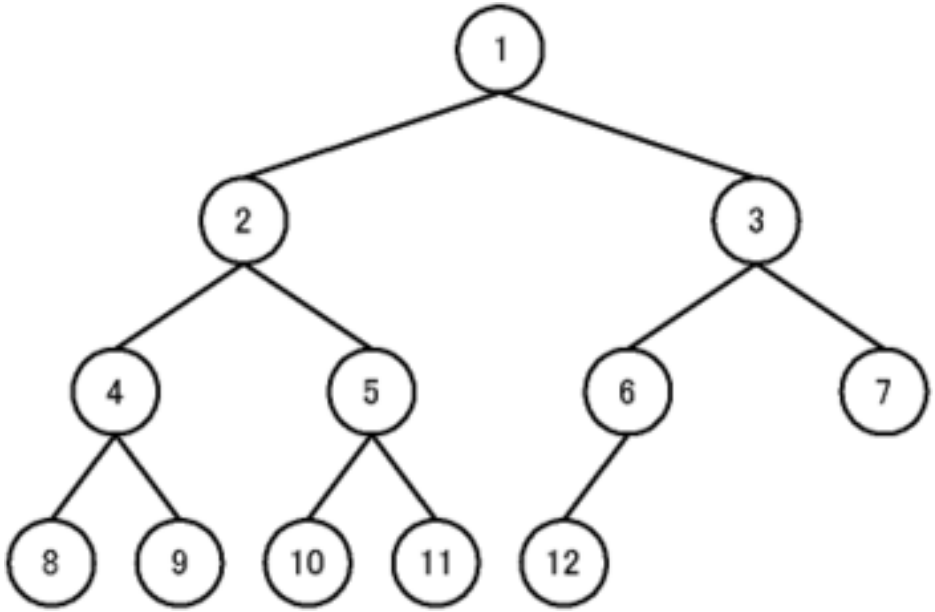
- Ein **Heap** (Haufen) ist ein knotenmarkierter binärer Baum, für den gilt:
  - Die Markierungsmenge ist geordnet.
  - Der binäre Baum ist links-vollständig.
  - Die Knotenmarkierung der Wurzel ist kleiner oder gleich der Markierung des linken bzw. rechten Sohnes (sofern vorhanden).
  - Die Unterbäume der Wurzel sind Heaps.

- An der Wurzel steht das kleinste (eines der kleinsten) Element(e).

In diesem Kapitel:
- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- **Rekursive Datenstrukturen**

Beispiel: Heap

- Binärbaum
- Alle Ebenen, bis auf letzte, vollständig gefüllt
- Links-vollständig gefüllt
- Knotenmarkierung der Wurzel kleiner als die der Kinder



In diesem Kapitel:
- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

Rekursive Datenstrukturen

Artikel im EINI-Wiki:

- → **Baum**
- → **Heap**

In diesem Kapitel:
- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

Übersicht

Begriffe

- ✓ Spezifikationen, Algorithmen, formale Sprachen
- ✓ Programmiersprachenkonzepte
- ✓ Grundlagen der imperativen Programmierung

- ➢ Algorithmen und Datenstrukturen
  - ✓ Felder
  - ✓ Sortieren
  - ✓ Rekursive Datenstrukturen (Baum, binärer Baum, Heap)
  - ➢ Heapsort

- ► Objektorientierung
  - ► Einführung
  - ► Vererbung
  - ► Anwendung

In diesem Kapitel:
- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- **Rekursive Datenstrukturen**

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

Nächste Termine

- Nächste Vorlesung – WiMa 7.12.2023, 08:15
- Nächste Vorlesung – LogWing 8.12.2023, 08:15